

दो चर वाले रैखिक
समीकरण युग्म

3

(Poly.)

✓ बहुपद (chap. 2)

$$ax + b, a \neq 0$$

रैखिक

$$\underline{ax^2 + bx + c}, a \neq 0$$

x, y घात = 1

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ --- (1)} \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ --- (2)} \end{cases}$$

समीकरण (Equation)

$$ax + b + c = 0$$

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

(1) $ax + b = 0 \rightarrow$ एक चर वाली रैखिक समी०

(2) $ax + by + c = 0 \rightarrow$ दो चर वाली रैखिक समी०

(3) $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow$ एक चर वाली द्विघात समी०

(4) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \rightarrow$ एक चर वाली त्रिघात समी०

दो चरों x और y में रेखिक समीकरण युग्म का व्यापक रूप

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{--- ①}$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \text{--- ②}$$

$$a_1^2 + b_1^2 \neq 0$$

$$a_2^2 + b_2^2 \neq 0$$

और

जहाँ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ सभी वास्तविक संख्याएँ हैं और $a_1^2 + b_1^2 \neq 0, a_2^2 + b_2^2 \neq 0$ है।

आपने कक्षा IX में यह भी पढ़ा है कि एक तल में यदि दो रेखाएँ दी हों, तो निम्न में से केवल एक ही संभावना हो सकती है:

- (i) दोनों रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।
- (ii) दोनों रेखाएँ प्रतिच्छेद नहीं करती हैं, अर्थात् वे समांतर हैं।
- (iii) दोनों रेखाएँ संपाती हैं।

$$\textcircled{1} \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$$\textcircled{2} \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

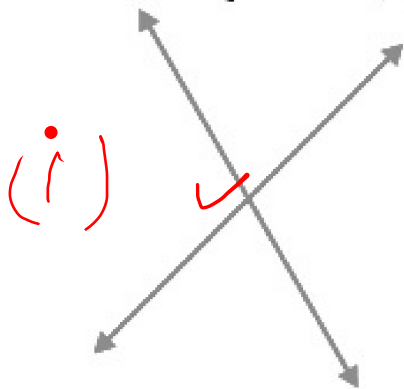
$$\textcircled{3} \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

इन सभी संभावनाओं को हम आकृति 3.1 में दर्शाते हैं:

आकृति 3.1 (a) में, ये प्रतिच्छेद करती हैं।

आकृति 3.1 (b) में, ये समांतर हैं।

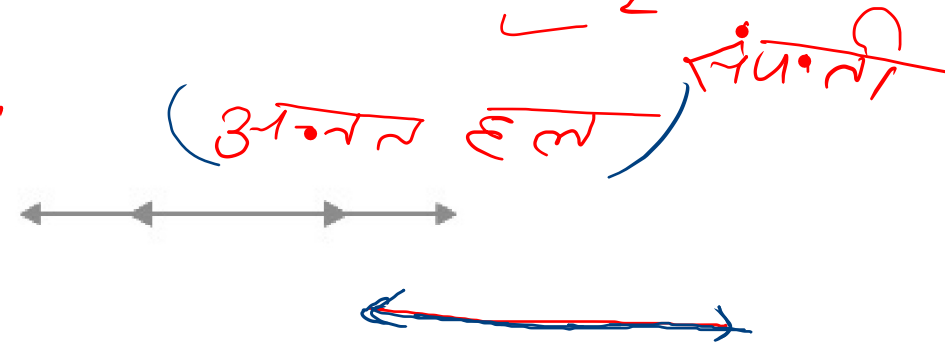
आकृति 3.1 (c) में, ये संपाती हैं।



(a)



(b)



(c)

उदाहरण 2: रोमिला एक स्टेशनरी की दुकान में गई और 9 रु में 2 पेंसिल तथा 3 रबड़ खरीदी। उसकी सहेली सोनाली ने रोमिला के पास नई तरह की पेंसिल और रबड़ देखी और उसने भी 18 रु में उसी तरह की 4 पेंसिल और 6 रबड़ खरीदी। इस स्थिति को बीजगणितीय तथा ग्राफीय (ज्यामितीय) रूपों में व्यक्त कीजिए।

दल: माना पेंसिल = x
रबड़ = y

$$2x + 3y = 9 \quad \text{--- (1)}$$

$$4x + 6y = 18 \quad \text{--- (2)}$$

माना $x = 0$

$$2 \times 0 + 3y = 9$$

$$3y = 9$$

$$y = \frac{9}{3}$$

$$y = 3$$

बिन्दु (x, y) or $(0, 3)$

माना $y = 1$

$$2x + 3 \times 1 = 9$$

$$2x + 3 = 9$$

$$2x = 9 - 3$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$4x + 6y = 18 \quad \text{--- (1)}$$

माना $x = 0$

$$4 \times 0 + 6y = 18$$

$$0 + 6y = 18$$

$$6y = 18$$

$$y = 3$$

$$y = 3$$

$(0, 3)$

माना $y = 0$

$$4x + 6 \times 0 = 18$$

$$4x + 0 = 18$$

$$4x = 18$$

$$x = \frac{18}{4}$$

माना $y = 1$

$$4x + 6 \times 1 = 18$$

$$4x + 6 = 18$$

$$4x = 18 - 6$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

$(3, 1)$

(x, y) or $(3, 1)$

y-axis

$(0, 3)$

$$4x + 6y = 18$$

$$2x + 3y = 9$$

← intersection

$(3, 1)$

Loading ...

$y = 0$

x-axis

उदाहरण 3: दो रेल पटरियाँ, समीकरणों $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ द्वारा निरूपित की गई हैं। इस स्थिति को ज्यामितीय रूप से व्यक्त कीजिए।

हल: $x + 2y - 4 = 0$ (1)

निदि $x = 0$ ✓

$$0 + 2y - 4 = 0$$

$$2y = 4$$

$$\boxed{y = 2}$$

(0, 2) n, y

निदि $y = 0$

$$x + 2 \times 0 - 4 = 0$$

$$x + 0 - 4 = 0$$

$$\boxed{x = 4}$$

(4, 0) ✓

$$2x + 4y - 12 = 0$$

निदि $x = 0$

$$2 \times 0 + 4y - 12 = 0$$

$$4y - 12 = 0$$

$$y = \frac{12}{4}$$

$$\boxed{y = 3}$$

(0, 3) n, y

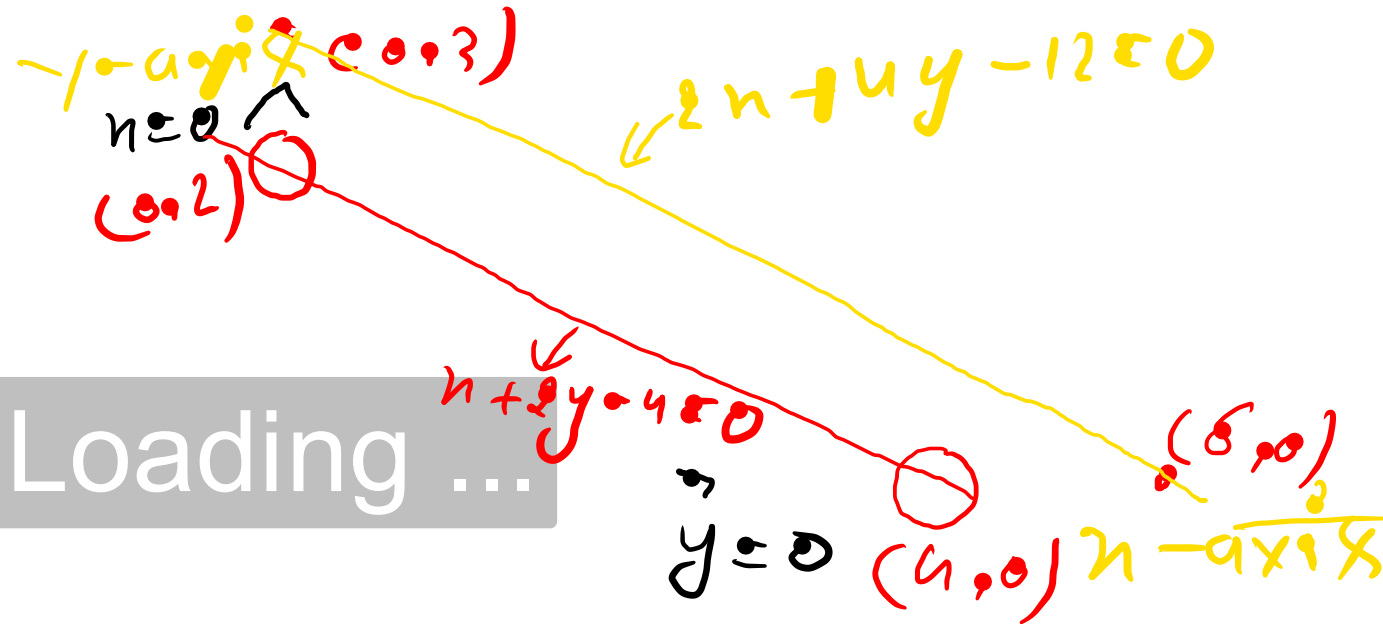
निदि $y = 0$

$$2x + 4 \times 0 - 12 = 0$$

$$2x = 12$$

$$\boxed{x = 6}$$

(6, 0)



प्रश्नावली 3.1

1. आफताब अपनी पुत्री से कहता है, 'सात वर्ष पूर्व मैं तुमसे सात गुनी आयु का था। अब से 3 वर्ष बाद मैं तुमसे केवल तीन गुनी आयु का रह जाऊँगा।' (क्या यह मनोरंजक है?) इस स्थिति को बीजगणितीय एवं ग्राफीय रूपों में व्यक्त कीजिए।

माना आफताब की वर्तमान आयु = x वर्ष
और उसकी पुत्री की वर्तमान आयु = y वर्ष

① प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned}x - 7 &= 7(y - 7) \\x - 7 &= 7y - 49 \\x - 7y &= -49 + 7 \\x - 7y &= -42 \quad \text{--- (1)}\end{aligned}$$

3 वर्ष बाद आफताब की आयु = $x + 3$ वर्ष
पुत्री की आयु = $y + 3$ वर्ष

②

$$\begin{aligned}x + 3 &= 3(y + 3) \\x + 3 &= 3y + 9 \\x - 3y &= 9 - 3 \\x - 3y &= 6 \quad \text{--- (2)}\end{aligned}$$

$$x - 7y = -42 \quad \text{--- (1)}$$

निका $x = 0$, $0 - 7y = -42$
 $+7y = +42 \Rightarrow$

$$y = 6$$

x	0	7		
y	6	7		

निका $y = 7$ ---

$$x - 7 \times 7 = -42$$

$$x - 49 = -42$$

$$x = -42 + 49$$

$$x = 7$$

$$x - 3y = 6$$

x	0	6	
y	-2	0	

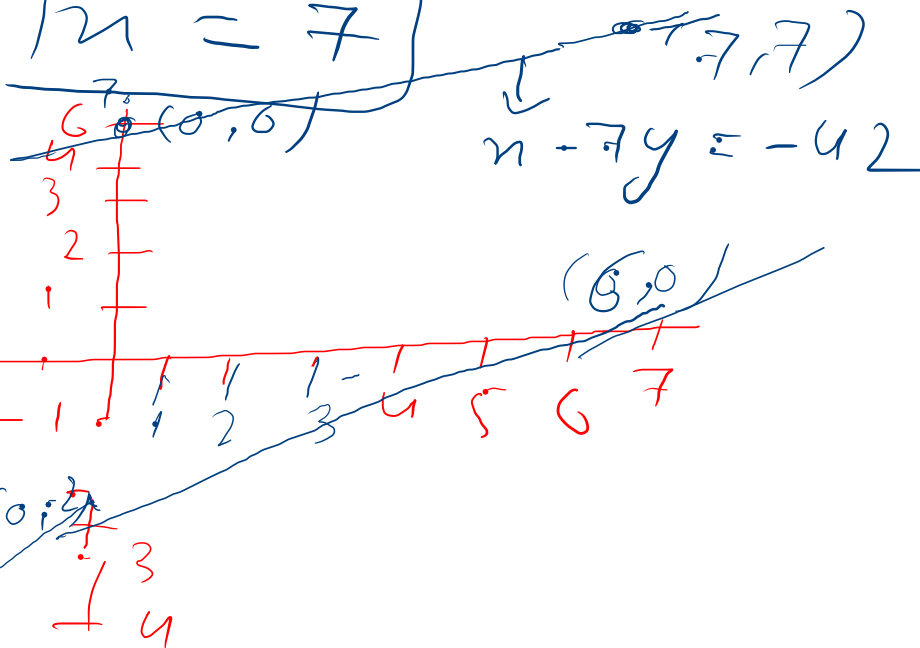
निका $x = 0$

$$0 - 3y = 6$$

$$y = -2$$

निका $y = 0$

$$x = 6$$



2. क्रिकेट टीम के एक कोच ने 3900 रु में 3 बल्ले तथा 6 गेंदें खरीदीं। बाद में उसने एक और बल्ला तथा उसी प्रकार की 3 गेंदें 1300 रु में खरीदीं। इस स्थिति को बीजगणितीय तथा ज्यामितीय रूपों में व्यक्त कीजिए।

$$\text{माना } \overset{a}{\text{बल्ला}} = x$$

$$\text{गेंद} = y$$

$$3x + 6y = 3900 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + 3y = 1300 \quad \text{--- (2)}$$

3. 2 kg सेब और 1 kg अंगूर का मूल्य किसी दिन 160 रु था। एक महीने बाद 4 kg सेब और दो kg अंगूर का मूल्य 300 रु हो जाता है। इस स्थिति को बीजगणितीय तथा ज्यामितीय रूपों में व्यक्त कीजिए।

(E) माना रजक किलों सेब का मूल्य = x रूपमा
 अंगूर = y रूपमा

$$2x + 1y = 160 \quad \text{--- (1)}$$

रजक महीने बाद

$$4x + 2y = 300 \quad \text{--- (2)}$$

$$2x + y = 160$$

माना $x = 60$

$$2 \times 60 + y = 160$$

$$120 + y = 160$$

$$y = 160 - 120 \Rightarrow y = 40$$

(60, 40)

$$\text{मदि } n = 70$$

$$2 \times 70 + y = 160$$

$$140 + y = 160$$

$$y = 160 - 140$$

$$\boxed{y = 20} \quad (70, 20)$$

$$4n + 2y = 300 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{मदि } n = 30$$

$$4 \times 30 + 2y = 300$$

$$120 + 2y = 300$$

$$2y = 300 - 120$$

$$y = 180 / 2$$

$$\boxed{y = 90}$$

$$(30, 90)$$

$$\text{मदि } n = 50$$

$$4 \times 50 + 2y = 300$$

$$200 + 2y = 300$$

$$2y = 300 - 200$$

$$\boxed{y = 50}$$

$$(50, 50)$$

