Most important formulas

04 December 2021 15:09

$W = \{0, 1, 2 \ldots\}$ $I^{+} = \{1, 2, 3 \ldots\}$

वास्तविक संख्याएँ

1. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका :- किन्हीं दो धन पूर्णांकों a और b के लिए दो पूर्ण संख्याएँ r व q इस प्रकार होती हैं कि

$a = bq + r$ जहाँ $0 \leq r < b$ $a = bq + r$; $0 \leq r < q$

a को विभाज्य, b को भाजक, q को भागफल तथा r को शेषफल कहते हैं।

2. परिमेय संख्या :- एक संख्या s परिमेय कहलाती है यदि उसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है जहाँ p तथा q दोनों पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$

परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार सांत है अथवा असांत आवर्ती है-

(i) परिमेय संख्या $s = \frac{p}{q}$ का दशमलव प्रसार सांत होगा केवल जब $q = (2^m \times 5^n)$, जहाँ m और n ऋणेत्तर पूर्णांक हैं; के रूप का होगा। $\frac{p}{q}$ $q = 2^m \times 5^n$

(ii) $s = \frac{p}{q}$, का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा, यदि $q \neq 2^m \times 5^n$

3. अपरिमेय संख्या :- एक संख्या s अपरिमेय कहलाती है, यदि उसे $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है जहाँ p तथा q दोनों पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ $\frac{p}{q}$ $q = 0$ $\frac{b}{0} = \infty$

4. दो संख्याओं का गुणनफल $(a \times b) = HCF(a, b) \times LCM(a, b)$

$ax + 0b + c =$ चर

दो चर वाले रैखिक समी० युग्म $ax + by + c = 0$ or $ax + by = c$

दो चर वाले रैखिक समी० युग्म

$ax+by=c$

1. दो चरों वाला रैखिक समी० $ax+by+c=0$ या $ax+by=c$ के रूप का होता है, जहाँ a, b तथा c $(a\neq 0, b\neq 0)$ अचर वास्तविक संख्याएँ हैं, x, y दो चर राशियाँ हैं।

2. दो चर वाले रैखिक समी० का आलेख एक सरल रेखा होता है।

3. रैखिक समी० युग्म का ग्राफीय विधि से हल:- दो रैखिक समी० $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ के आलेखों को निरूपित करने वाली दो सरल रेखाएँ क्रमशः l तथा m एक ही ग्राफ पेपर पर खींचने पर

$a_1x+b_1y+c_1=0$

$a_2x+b_2y+c_2=0$

(i) केवल एक ही हल होता है, यदि $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$

(ii) अनन्त हल होते हैं। यदि

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2} \rightarrow \text{संपाती रेखाएँ}$$

(iii) कोई हल नहीं होगा,

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2} \rightarrow \text{समान्तर रेखाएँ}$$

द्विघात समीकरण

द्विघात बहुपद

$p(x)=ax^2+bx+c$

1. द्विघात समी०:- यदि $p(x)$ द्विघात बहुपद है तो $p(x)=0$ को द्विघात समीकरण कहते हैं।

$p(x)=0$

$ax^2+bx+c=0$

द्विघात समी०

2. द्विघात समी० $ax^2+bx+c=0$ को हल करने की विधियाँ-

(i) गुणनखण्ड विधि द्वारा

(ii) द्विघातीय सूत्र (श्री धराचार्य सूत्र) द्वारा

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$ax^2+bx+c=0$

माना $(x-a)(x-b)=0$

$x=a$, $x=b$

$ax^2+bx+c=0$

$p(x)=ax^2+bx+c$

$p(x)=0$

3. द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति:- द्विघात समी० $ax^2+bx+c=0$ के मूलों के लक्षण विविक्तकर $D=b^2-4ac$ पर निर्भर करते हैं।

(i) यदि $D=b^2-4ac>0$ तो मूल वास्तविक और असमान होते हैं।

$D>0$

$x=1,2$

(ii) यदि $D=b^2-4ac=0$ तो मूल वास्तविक और समान होंगे।

(i) यदि $D = b^2 - 4ac > 0$ तो मूल वास्तविक और असमान होंगे।

(ii) यदि $D = b^2 - 4ac = 0$ तो मूल वास्तविक और समान होंगे।

(iii) यदि $D = b^2 - 4ac < 0$ तो मूल वास्तविक नहीं होंगे।

$n = 1, 2$ $\boxed{D > 0}$

$n = 0, 0$

$\boxed{n = 1, 1}$

4. $ax^2 + bx + c = 0$, यदि मूल α, β हो तो,

$x = \alpha, \beta$

मूलों का योगफल $(\alpha + \beta) = -\frac{b}{a}$,

मूलों का गुणनफल $(\alpha \cdot \beta) = \frac{c}{a}$

5. द्विघात समी० बनाना हो जब मूल दिये गये हों, α, β

$x^2 -$ (मूलों का योग) $x +$ मूलों का गुणनफल $= 0$

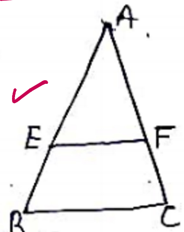
or

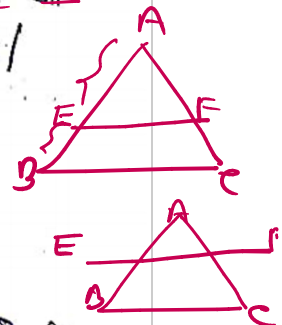
$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$

त्रिभुज

1. त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर खींची गयी रेखा त्रिभुज की शेष दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है।

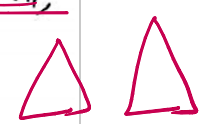
$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$





2. त्रिभुज की दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करने वाली रेखा, तीसरी भुजा के समान्तर होती है।

3. यदि दो त्रिभुज की संगत भुजाओं का एक युग्म अनुपातिक हो और अन्तरिक कोण बराबर हो तो त्रिभुज समरूप होते हैं।

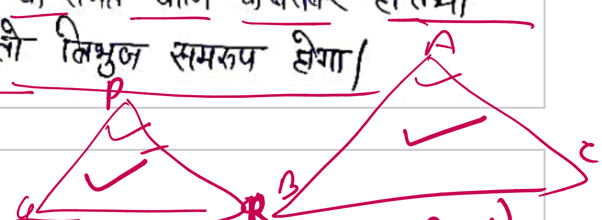


4. यदि दो त्रिभुजों में संगत कोणों का एक युग्म बराबर हो और उनकी संगत भुजाएं अनुपातिक हों तो त्रिभुज समरूप होते हैं।

5. एक त्रिभुज का एक कोण, दूसरे त्रिभुज के संगत कोण के बराबर हो तथा उनकी संगत भुजाएँ अनुपातिक हों तो त्रिभुज समरूप होगा।

$\angle A = \angle P$

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$$



$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षे०}}{\Delta PQR \text{ का क्षे०}} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$$

6. समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात भुजाओं के वर्गों के समानुपाती होता है।

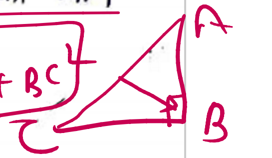
7. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

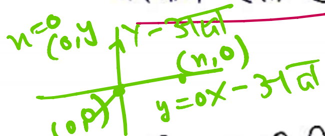
8. किसी त्रिभुज में यदि एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों

योगफल के बराबर होता है।

8. किसी त्रिभुज में यदि एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर हो तो पहली भुजा के सामने का कोण समकोण होता है।

$$\boxed{AC^2 = AB^2 + BC^2}$$





निर्देशांक ज्यामिति

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

1. मूलबिन्दु के निर्देशांक = (0,0)

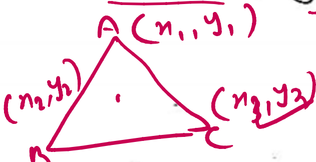
2. दो बिन्दुओं (x_1, y_1) व (x_2, y_2) के बीच की दूरी (d)

(x_1, y_1) A ←— d —→ B (x_2, y_2)

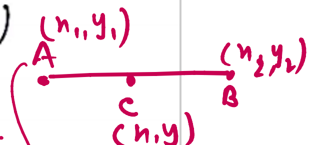
$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

3. दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को $m_1 : m_2$ के अन्तः अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक

(x_1, y_1) A —m_1— C —m_2— B (x_2, y_2); C (x, y)



$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1+m_2}, \quad y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1+m_2}$$



मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$x = \frac{x_1+x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1+y_2}{2}$$

4. (i) यदि त्रिभुज के शीर्ष (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) हैं तो त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक $= \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

(ii) $\triangle ABC$ का क्षे० $= \frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2)]$

5. यदि तीन बिन्दुओं से निर्मित त्रिभुज का क्षे० शून्य है तो तीनों बिन्दु संरेख होंगे।