

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

23 February 2022 18:27

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

6 अंक

- ✓ 1. एक रेलगाड़ी एकसमान चाल से 360 किमी की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 किमी/घण्टा अधिक होती, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए। (NCERT, 2019, 20)

हल!

माना रेलगाड़ी की चाल x किमी/घण्टा है।

$$सं० = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$दूरी = 360 \text{ किमी०}$$

$$सं० = \frac{360}{x}$$

यदि रेलगाड़ी की चाल 5 km/h अधिक होती अर्थात् चाल $(x+5)$ किमी/घण्टा, 360 km दूरी तय करने में लगा

$$सं० = \frac{360}{x+5}$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{360[x+5-x]}{x(x+5)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1800}{x^2+5x} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, b = 5, c = -1800$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \times 1 \times 1800}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm 85}{2}$$

$$+ve \quad x = \frac{-5 + 85}{2}$$

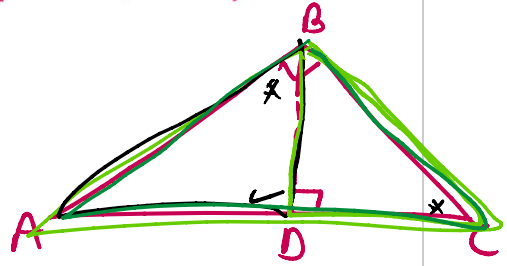
$$x = 40, // \checkmark$$

$$-ve \quad x = \frac{-5 - 85}{2} = -45 // \times$$

2. समरूप त्रिभुजों के गुणों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि एक

2. समरूप त्रिभुजों के गुणों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है। (NCERT, 2019)

दिया गया है। $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है। $\angle B = 90^\circ$



सिद्ध करना है।

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

अनुपातः

$\triangle ADB$ और $\triangle ABC$

$$AC = AD + DC$$

$$\angle A = \angle A \quad (\text{Common})$$

$$\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle ABD = \angle BCA$$

$$\triangle ADB \cong \triangle ABC$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$$

(समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात बराबर होता है)

$$AB^2 = AD \times AC \quad \text{--- (1)}$$

इसी प्रकार

$$BC^2 = DC \times AC \quad \text{--- (2)}$$

(1) + (2)

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= AD \times AC + DC \times AC \\ &= AC (AD + DC) \\ &= AC \times AC \end{aligned}$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

3. बिन्दु $(5, 8)$ और $(7, -3)$ से खींचा जाने वाला रेखाखण्ड x -अक्ष तथा y -अक्ष से किस अनुपात में विभक्त होता है?

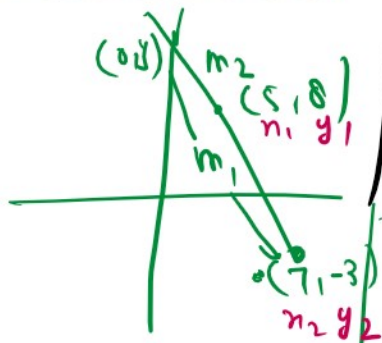
हल:

x -अक्ष (x_1, y_1)

x-अक्ष तथा y-अक्ष से किस अनुपात में विभक्त होता है?

हल:

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$



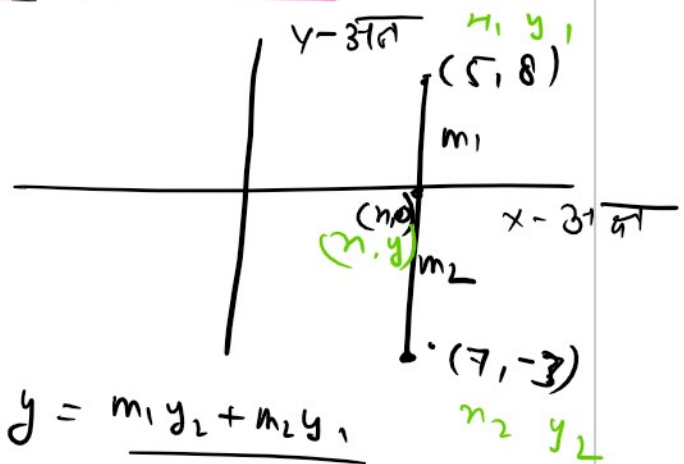
$$0 = \frac{m_1 \times 5 - m_2 \times 7}{m_1 + m_2}$$

$$0 = 5m_1 - 7m_2$$

$$5m_1 = 7m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{7}{5}$$

रेखाखण्ड y-अक्ष से 7:5 के अनुपात में विभक्त होता है।



$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{m_1 \times -3 + m_2 \times 8}{m_1 + m_2}$$

$$0 = -3m_1 + 8m_2$$

$$+3m_1 = 8m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{8}{3}$$

रेखाखण्ड x-अक्ष से 8:3 के अनुपात में अतः विभक्त होता है।

✓ 4. यदि $\tan \alpha = n \tan \beta$, $\sin \alpha = m \sin \beta$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\cos^2 \alpha = \frac{m^2 - 1}{n^2 - 1}$$

हल

$$\tan \alpha = n \tan \beta, \quad \sin \alpha = m \sin \beta$$

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = n, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = m$$

R.H.S = $\frac{m^2 - 1}{n^2 - 1}$

$$= \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)^2 - 1$$

$$\left(\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right)^2 - 1$$

$$= \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{\tan^2 \alpha - \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta}$$

$$= \frac{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta) \tan^2 \beta}{\sin^2 \beta (\tan^2 \alpha - \tan^2 \beta)}$$

$$= \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta \times \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} \right)}$$

$$= \frac{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta) \times \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta (\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha)}$$

$$= \frac{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta) \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha}$$

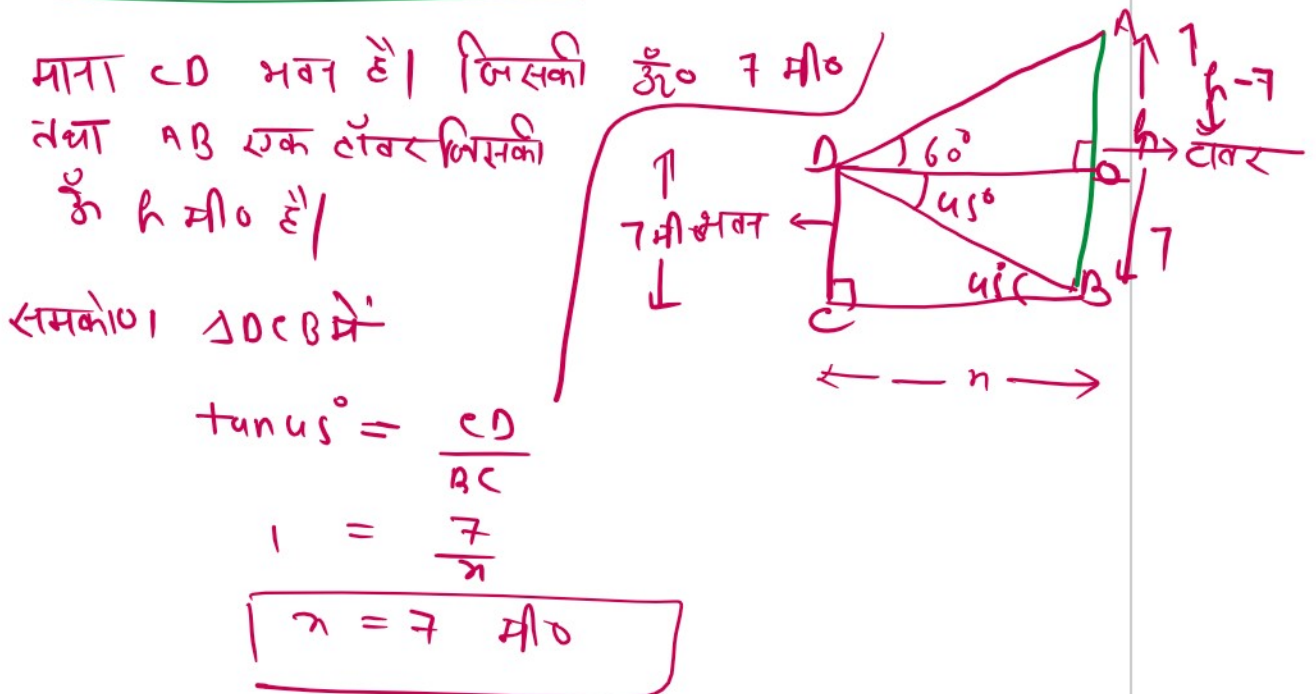
$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} = \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha}{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta) \cos^2 \alpha} \\
 &= \frac{\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \alpha)}{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta) \cos^2 \alpha} \\
 &= \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta - \sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta) \cos^2 \alpha} \\
 &= \frac{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta)}{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta)} \times \cos^2 \alpha \\
 &= \cos^2 \alpha \\
 &= \underline{\underline{\cos^2 \alpha}} \\
 &= \underline{\underline{\text{L.H.S}}}
 \end{aligned}$$

5. 7 मी ऊँचे भवन के शिखर से एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (NCERT, 2019)



समकोण $\triangle AOD$ में

$$\tan 60^\circ = \frac{AO}{OD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h-7}{7}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{AO}{OD}$$

$$\boxed{OD = CB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h-7}{7}$$

$$7\sqrt{3} = h-7$$

$$7 + 7\sqrt{3} = h$$

$$\boxed{7(1 + \sqrt{3}) = h}$$

$$\Rightarrow h = 7(1 + \sqrt{3}) \text{ m}$$

- ✓ 6. एक तम्बू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 मीटर और 4 मीटर हैं तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 मीटर है, तो इस तम्बू को बनाने में प्रयुक्त केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। तम्बू के भीतर हवा का आयतन भी ज्ञात कीजिए। (NCERT, 2019)

$$l^2 = h^2 + r^2$$

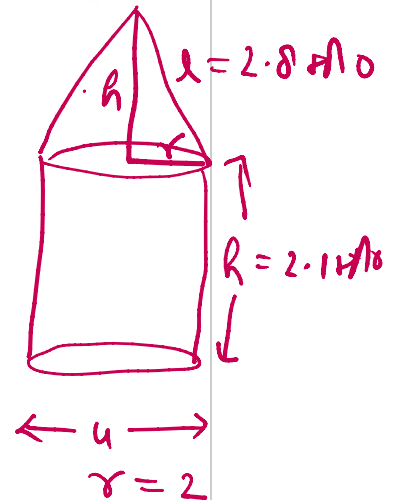
$$(2.8)^2 = h^2 + 2^2$$

$$7.84 = h^2 + 4$$

$$h' = \sqrt{7.84 - 4}$$

$$= \sqrt{3.84}$$

$$h' = 1.96 \text{ मी०}$$



केनवास = बेलनाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्र + शंकु का पृष्ठीय क्षेत्र

$$= 2\pi rh + \pi r l$$

$$= \pi (2rh + rl)$$

$$= \pi (2 \times 2 \times 2.1 + 2 \times 2.8)$$

$$= 2\pi (4.2 + 2.8)$$

$$= 14\pi \text{ वर्ग मी०}$$

$$\text{आ०} = \text{बेलन का आ०} + \text{शंकु का आ०}$$

$$= \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 l$$

∴

$$= \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h'$$

$$= \pi r^2 \left(h + \frac{1}{3} h' \right)$$

$$= \pi \times 2^2 \left(2.1 + \frac{1}{3} \times 1.96 \right)$$

$$= 4\pi \left(2.1 + \frac{1}{3} \times 1.96 \right)$$

$$= \underline{\underline{11\pi}} \text{ एमएल०}$$

$$2.75 \times 4$$

$$\underline{\underline{11.00\pi}}$$