

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

22 February 2022 18:45

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

6 अंक

1. निम्नलिखित रैखिक समीकरण युग्म को हल कीजिए :

$$\frac{15}{x-y} + \frac{22}{x+y} = 5 \text{ और } \frac{40}{x-y} + \frac{55}{x+y} = 13, x \neq 0, y \neq 0$$

(2019)

माना $\frac{15}{x-y} + \frac{22}{x+y} = 5$, $\frac{40}{x-y} + \frac{55}{x+y} = 13$; $x \neq 0, y \neq 0$

माना $\frac{1}{x-y} = A$ और $\frac{1}{x+y} = B$

$$15A + 22B = 5 \quad \text{--- (i) } \times 5$$

$$40A + 55B = 13 \quad \text{--- (ii) } \times 2$$

$$75A + 110B = 25 \quad \text{--- (3)}$$

$$80A + 110B = 26 \quad \text{--- (4)}$$

$$75A = 26 - 25$$

$$75A = 1$$

$$A = \frac{1}{75}$$

A मान समीकरण में रखने पर

$$15A + 22B = 5$$

$$3 + 22B = 5$$

$$22B = 5 - 3$$

$$22B = 2$$

$$B = \frac{2}{22}$$

$$B = \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{x-y} = A$$

$$\frac{1}{x+y} = B$$

$$\frac{1}{x-y} = \frac{1}{75}$$

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{11}$$

$$x-y = 75$$

$$x+y = 11$$

$$x+y = 11$$

$$8+y = 11$$

$$y = 11-8$$

$$y = 3$$

जोड़ने पर

$$2x = 86$$

$$x = 43$$

2. एक नाव की शान्त जल में चाल 15 किमी/घण्टा है। नाव द्वारा

2. एक नाव की शान्त जल में चाल 15 किमी/घण्टा है। नाव धारा की दिशा में 30 किमी जाने तथा धारा के विपरीत दिशा में 30 किमी वापस लौटने में कुल 4 घण्टा 30 मिनट पूर्ण करता है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए। (2019, 20)

हल: माना धारा की चाल x किमी/घण्टा

धारा की दिशा में नाव की चाल = $(15+x)$ किमी/घण्टा
 के विपरीत दिशा में = $(15-x)$ "

कुल सं० = 4 घण्टा 30 मिनट

$$= 4 + \frac{30}{60}$$

$$= \frac{9}{2} \text{ घण्टे}$$

दूरी = 30
 सं० = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

$$\frac{30}{15+x} + \frac{30}{15-x} = \frac{9}{2}$$

$$30 \left[\frac{1}{15+x} + \frac{1}{15-x} \right] = \frac{9}{2}$$

$$\frac{(a+b) \cdot (a-b)}{= a^2 - b^2} \left\{ \frac{30 \left[\frac{15-x + 15+x}{(15+x)(15-x)} \right]}{\frac{900}{15^2 - x^2}} = \frac{9}{2} \right.$$

$$\frac{100}{225 - x^2} = \frac{3}{2}$$

$$225 - x^2 = 200$$

$$\Rightarrow x^2 + 200 - 225 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 25 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 25$$

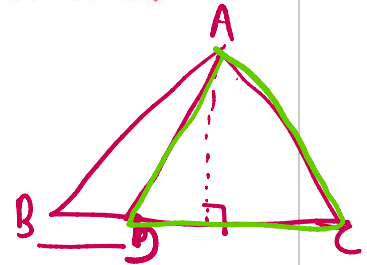
$$\Rightarrow x = \sqrt{25}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 5} \text{ किमी/घण्टा}$$

- ✓ 3. किसी समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि $BD = \frac{1}{3}BC$ है। सिद्ध कीजिए कि $9AD^2 = 7AB^2$ । (NCERT, 2019, 20)

दिया जाता है।

$\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है।, $BD = \frac{1}{3}BC$



सिद्ध करना है।

$$9AD^2 = 7AB^2$$

$\triangle AOC$ में

$$AO^2 = AC^2 + OC^2 - 2OC \times CF$$

$$AO^2 = AC^2 + \left(\frac{2}{3}BC\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3}BC \times \frac{1}{2}OC$$

$$AO^2 = AC^2 + \frac{4}{9}BC^2$$

$$\because OC = \frac{2}{3}BC,$$

$$CF = \frac{1}{2}BC$$

$$- \frac{2}{3}BC^2$$

$$= AB^2 + \frac{4}{9}AB^2 - \frac{2}{3}AB^2$$

$$= AB^2 \left(1 + \frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right)$$

$$= AB^2 \left(\frac{9+4-6}{9}\right)$$

$$AO^2 = \frac{7}{9}AB^2$$

$$\Rightarrow 9AO^2 = 7AB^2$$

4. सिद्ध कीजिए—

(NCERT, 2020)

$$\left(\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \right) = \left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2 = \underline{\tan^2 A}$$

$$\text{L.H.S.} = \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A}$$

$$= \frac{\sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A}$$

$$= \frac{1}{\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$$

$$\left(\because \begin{aligned} 1 + \tan^2 A &= \sec^2 A \\ 1 + \cot^2 A &= \operatorname{cosec}^2 A \end{aligned} \right)$$

$$\left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1 - \tan A}{1 - \frac{1}{\tan A}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1 - \tan A}{\frac{\tan A - 1}{\tan A}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1 - \tan A}{-\frac{(1 - \tan A)}{\tan A}} \right)^2$$

$$= \underline{\underline{\tan^2 A}}$$

5. सिद्ध कीजिए :

(2020)

$$\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} = (\sec \theta - \tan \theta)^2$$

$$\text{L.H.S} = \frac{(1 - \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

$$\underline{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

$$= \frac{(1 - \sin \theta)^2}{1^2 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

$$= \frac{(1 - \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}$$

$$= \left(\frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)^2$$

$$= (\sec \theta - \tan \theta)^2$$

$$= \text{R.H.S.} //$$

6. किसी मीनार के आधार से a और b दूरी पर एक ही रेखा में स्थित दो बिन्दुओं क्रमशः A और B से देखने पर मीनार के ऊपरी सिरे के उन्नयन कोण पूरक पाये जाते हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई \sqrt{ab} है। (2019)

माना मीनार की ऊँचाई h है।

समकोण $\triangle OCA$ में

$$\tan \theta = \frac{h}{a} \Rightarrow \cot \theta = \frac{a}{h}$$

$\triangle OCB$ में

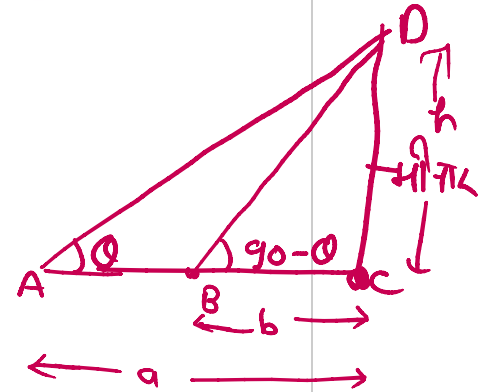
$$\tan(90 - \theta) = \frac{h}{b}$$

$$\cot \theta = \frac{h}{b}$$

$$\frac{a}{h} = \frac{h}{b}$$

$$ab = h^2$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \sqrt{ab}}$$



7. एक तम्बू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 मीटर और 4 मीटर हैं तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 मीटर है, तो इस तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। तम्बू के भीतर हवा का आयतन भी ज्ञात कीजिए।

(NCERT, 2019)