

# अतिलघु उत्तरीय प्रश्न1

Thursday, November 25, 2021 7:50 AM

## अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. संख्या 6, 72 और 120 का अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा HCF और LCM ज्ञात कीजिए। (NCERT, 2019)

$$6 = 2 \times 3$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$\begin{aligned} \text{HCF}(6, 72, 120) &= 2 \times 3 \\ &= \underline{\underline{6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{LCM}(6, 72, 120) &= 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ &= 8 \times 9 \times 5 \\ &= \underline{\underline{360}} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ -3 \phantom{0} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \\ \underline{5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \\ \underline{3} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 5 \\ \hline 360 \end{array}$$

2. सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।

(2020)

माना  $\sqrt{3}$  एक परिमेय सं०

$$\sqrt{3} = \frac{p}{q}, \text{ जहाँ } p, \text{ और } q \text{ एक सह-अभाज्य संख्याएं हैं।}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$HCF(p, q) = 1$$

$$(\sqrt{3})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$$

$$3 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$\Rightarrow p^2 = 3q^2 \quad \text{--- (1)}$$

$\Rightarrow 3, p^2$  को विभाजित करता है।

$\Rightarrow 3, p$  को विभाजित करेगा

$$\text{माना } p = 3m$$

$p$  का मान समी० (1) में रखने पर

$$(3m)^2 = 3q^2$$

$$9m^2 = 3q^2$$

$$3m^2 = q^2$$

$\Rightarrow 3, q^2$  को विभाजित करता है।

$\Rightarrow 3, q$  को विभाजित करेगा

अतः  $\sqrt{3}$  एक परिमेय सं० है।

$$HCF(p, q) = 3$$

3. एक आयताकार बाग का अर्द्ध परिमाप 36 मी है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई से 4 मी अधिक है। बाग की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

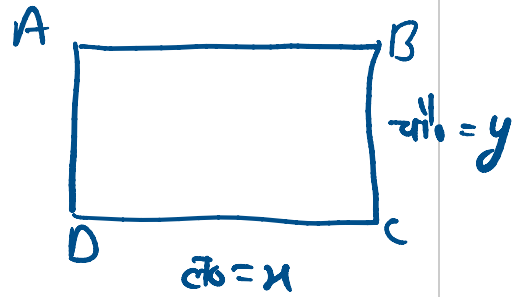
(NCERT, 2019)

काजए।

[NCERT, 2019]

आप्तक अर्ध पीरमाप =  $x+y$

$$36 = x+y \quad \text{--- ①}$$



$$x = y+4$$

$$x-y=4 \quad \text{--- ②}$$

$$x+y=36$$

आसो 42

$$2x = 36+4$$

$$2x = 40$$

$$x = \frac{40}{2} = 20$$

$$\boxed{x = 20} \text{ लंब}$$

अका मात समी० ① में रखते पर

$$x+y=36$$

$$20+y=36$$

$$y = 36-20$$

$$\boxed{y = 16} \text{ चौड़ाई}$$

4. द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल  $\alpha$  और  $\frac{1}{3}$  हों। [2019]

माना पहला मूल  $\alpha = 3$ , दूसरा मूल  $\beta = \frac{1}{3}$

जब मूल दिए गए हों तब द्विघात समी०

$$\text{ध्रुत} \rightarrow x^2 - (\text{मूलों का योग})x + \text{मूलों का गुणनफल} = 0$$

$$\text{ध्रुव} \rightarrow x^2 - (\text{मूलों का योग})x + \text{मूलों का गुणफल} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{मूलों का योग} &= \alpha + \beta \\ &= 3 + \frac{1}{3} \\ &= \frac{9+1}{3} \\ &= \frac{10}{3} \\ &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{मूलों का गुणफल} &= \alpha \cdot \beta \\ &= 3 \times \frac{1}{3} \\ &= \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$$

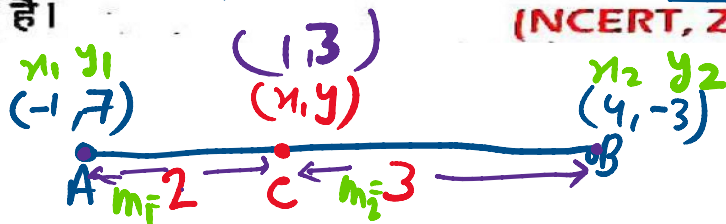
$$x^2 - \left(\frac{10}{3}\right)x + 1 = 0$$

$$\frac{3x^2 - 10x + 3}{3} = 0$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

5. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं  $(-1, 7)$  और  $(4, -3)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को  $2 : 3$  के अनुपात में विभाजित करता है।

(NCERT, 2019)



बिन्दु (1, 3)

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$\begin{aligned}
 & \dots \dots \dots \\
 & = \frac{2 \times 4 + 3 \times -1}{2 + 3} \\
 & = \frac{8 - 3}{5} \\
 & = \frac{5}{5} \\
 & = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m_1 + m_2 \\
 y & = \frac{2 \times -3 + 3 \times 7}{2 + 3} \\
 & = \frac{-6 + 21}{5} \\
 & = \frac{15}{5} \\
 & = 3
 \end{aligned}$$

बिन्दु  $(x, y)$   
 $(1, 3)$  //

6. किसी त्रिभुज  $ABC$  की भुजा  $BC$  पर एक बिन्दु  $D$  इस प्रकार स्थित है कि  $\angle ADC = \angle BAC$  है। दर्शाइए कि  $CA^2 = CB \cdot CD$  (NCERT, 2019)

दिया गया है  $\angle ADC = \angle BAC$

सिद्ध करना है /  $CA^2 = CB \cdot CD$

उपपत्ति:

$\triangle CDA$  और  $\triangle CAB$  में

$\angle ADC = \angle BAC$  (दिया गया है)

$\angle C = \angle C$  (उभयपिच्छ)

$\angle CAD = \angle ABC$  (रक्त समान है)

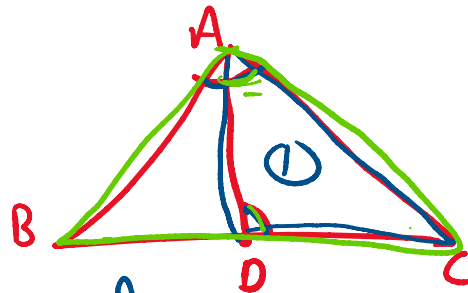
$\triangle CDA \sim \triangle CAB$

AAA

अतः

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CA}$$

$$CA^2 = CD \cdot CB$$



7. यदि बिन्दु  $(a, 0)$ ,  $(0, b)$  तथा  $(x, y)$  संरेख हो तो सिद्ध कीजिए

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

(2020)

$\frac{a}{b}$  ✓

संरेख  $\Delta = 0$   
बिन्दुओं का क्षेत्र

A  $(a, 0)$   $x_1, y_1$       B  $(0, b)$   $x_2, y_2$       C  $(n, y)$   $x_3, y_3$

$$\Delta = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$0 = \frac{1}{2} [a(b - y) + 0(y - 0) + n(0 - b)]$$

$$0 = [ab - ay + (-bn)]$$

$$0 = ab - ay - bn$$

$$\frac{ay}{ab} + \frac{bn}{ab} = \frac{ab}{ab}$$

$$\frac{y}{b} + \frac{n}{a} = 1$$

$$\boxed{\frac{n}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$

8.  $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$  बराबर है—

(2019)

$$9(1 + \tan^2 A) - 9 \tan^2 A$$

$$\underline{1 + \tan^2 A = \sec^2 A}$$

$$= 9 + \cancel{9 \tan^2 A} - \cancel{9 \tan^2 A}$$



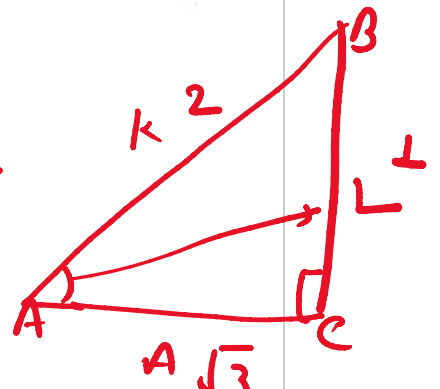
$$= g + \cancel{g \tan^2 A} - \cancel{g \tan^2 A}$$

$$= \underline{\underline{g}}$$

9. यदि  $\text{cosec } A = 2$ , तो  $\frac{1}{\tan A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A}$  का मान ज्ञात कीजिए। (2019)

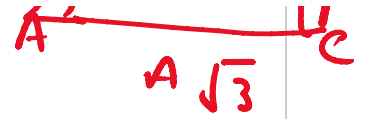
$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{L}{K} \\ \text{cosec } A &= \frac{1}{\sin A} \\ &= \frac{1}{\frac{L}{K}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan A &= \frac{L}{A} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sin A &= \frac{L}{K} \end{aligned}$$



$$\frac{2}{1} = \frac{L}{\frac{L}{k}}$$

$$\cos A = \frac{A}{k} = \frac{\frac{L}{k}}{\frac{L}{2}} = \frac{1}{2}$$



$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$2^2 = 1^2 + AC^2$$

$$4 = 1 + AC^2$$

$$4 - 1 = AC^2$$

$$3 = AC^2$$

$$\sqrt{3} = AC$$

$$\frac{1}{\tan A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} + \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) + 1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + 3 + 1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + 4}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2(2 + \sqrt{3})}{2 + \sqrt{3}} = 2$$

10.  $\sin^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ$  का मान होगा

(2020)

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3-1}{4}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2} //$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} //$$

11. सिद्ध कीजिए कि  $\cos^2 \theta + \cos^2 \theta \cdot \cot^2 \theta = \cot^2 \theta$  (2019)

$$L.H.S = \cos^2 \theta + \cos^2 \theta \cdot \cot^2 \theta$$

$$= \cos^2 \theta (1 + \cot^2 \theta)$$

$$= \cos^2 \theta \cdot \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$= \cos^2 \theta \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \cot \theta = \underline{\underline{R.H.S}}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}$$

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$$

12.  $\Delta ABC$  में सिद्ध कीजिए

$$\sec\left(\frac{B+C}{2}\right) = \operatorname{cosec}\frac{A}{2}$$

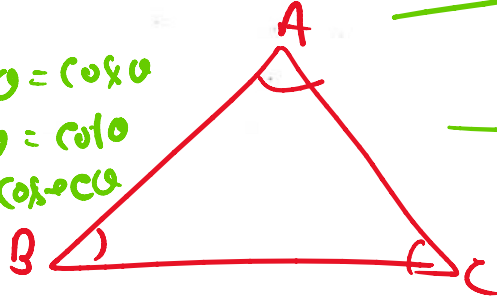
$$\begin{aligned} \text{L.H.S} &= \sec\left(\frac{\angle B + \angle C}{2}\right) \\ &= \sec\left(90^\circ - \frac{\angle A}{2}\right) \end{aligned}$$

$$= \operatorname{cosec}\left(\frac{\angle A}{2}\right)$$

$$= \operatorname{cosec}\frac{A}{2}$$

(2020)

$$\begin{aligned} \sin 0 &= \cos 90 \\ \tan 0 &= \cot 90 \\ \sec 0 &= \operatorname{cosec} 90 \end{aligned}$$



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{\angle B + \angle C}{2} = \frac{180^\circ - \angle A}{2}$$

$$\frac{\angle B + \angle C}{2} = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$$

(+ A)

90

