

अर्द्धवार्षिक परीक्षा 2022-23

विषय - गणित

समय-तीन घण्टे 15 मिनट

कक्षा -12

पूर्णांक - 100

1. इस प्रश्न पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।

2. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

प्रश्न:-1 निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए ।

(क)  $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$  का मान बराबर है ।

- (1)  $\pi$  (2)  $-\frac{\pi}{3}$  (3)  $\frac{\pi}{3}$  (4)  $\frac{2\pi}{3}$

(ख) मान लीजिए कि समुच्चय  $N$  में  $R = \{(a,b) : a=b-2, b>6\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध है तो

- (1)  $(2,4) \in R$  (2)  $(3,4) \in R$  (3)  $(8,6) \in R$  (4)  $(6,8) \in R$  ✓

(ग)  $3 \times 3$  कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल संख्या कितनी होगी जबकि प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है ।

- (1) 512 ✓ (2) 81 (3) 18 (4) 27

(घ) कौन सा फलन  $x=1$  पर अवकलनीय नहीं है

- (1)  $f(x) = |x-2|$  (2)  $f(x) = |x-1|$  ✓ (3)  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  (4)  $f(x) = |x+1|$

(ङ) भुजा में 3% वृद्धि के कारण भुजा  $x$  cm के घन के आय में सत्रिकट परिवर्तन है

- (1)  $0.06x^3 \text{ cm}^3$  (2)  $0.6x^3 \text{ cm}^3$   
(3)  $0.09x^3 \text{ cm}^3$  ✓ (4)  $0.9x^3 \text{ cm}^3$

प्रश्न 2 :- निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए ।

(क)  $\int \frac{dx}{1+\tan x}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

(ख) सदिशों  $x^i - 2j^i + 3k^i$  और  $3i^i - 2j^i - k^i$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

(ग)  $\int x \sec(x^3) dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

(घ) यदि फलन  $f(x) = \frac{\sin(10x)}{x}$ ,  $x \neq 0$ ,  $x = 0$  पर सतत है तो  $f(0)$  का मान ज्ञात कीजिए ।

(ङ)  $\operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)$  का मुख्य मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न :-3 निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए ।

क-यदि  $y = (x-1)\log(x-1) - (x+1)\log(x+1)$  तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \log\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

ख-यदि  $f(x) = e^x$ ,  $g(x) = \log e^x$  तो  $f \circ g$  और  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए ।

(ग) सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{\pi}{4}$$

(घ) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  तो दिखाइए  $|2A| = 4|A|$

(ङ) किस अन्तराल में फलन  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  वर्धमान है।

प्रश्न: -4 निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए।

(क)  $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$  का मान ज्ञात कीजिए।

(ख)  $x$  के सापेक्ष  $x^{\sin x}$  का अवकलन गुणांक ज्ञात कीजिए। ( $x > 0$ )

(ग) सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय  $z$  में  $R = \{(a, b) : 2, (a-b)\}$  को विभाजित करती है। द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।

(घ) अन्तराल  $[-2, 2]$  पर फलन  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$  के लिए रोले का प्रमेय सत्यापित कीजिए।

प्रश्न: -5 निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए।

(क) यदि  $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$  सिद्ध कीजिए की  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(1+x)^2}$

(ख) एक घन का आयतन  $7\text{cm}^3/\text{sec}$  की दर से बढ़ रहा है। जब कि घन की एक भुजा  $12\text{cm}$  है।

(ग) बिना प्रसार के सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{array}{ccc} b^2c^2 & bc & b+c \\ c^2a^2 & ca & c+a \\ a^2b^2 & ab & a+b \\ 1 & 0 & 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} c+a=0 \\ a+b \end{array} \right.$$

(घ) यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = 0$

(ङ) यदि  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

(च)  $(255)^{\frac{1}{4}}$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न: -6 निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए।

$$\begin{array}{ccc} (y+z)^2 & xy & zx \\ (क) & xy & (x+z)^2 & yz & = 2xyz(x+y+z)^3 \\ & xz & yz & (x+y)^2 \end{array}$$

(ख)  $\int (\cot\sqrt{x} + \tan\sqrt{x}) dx$  ज्ञात कीजिए।

(ग) सिद्ध कीजिए की दी हुई तिर्यक ऊर्चाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्धशीर्ष कोण  $\tan^{-1}\sqrt{2}$  होता है।

(घ) प्रवणता 2 वाली सभी रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र  $y + \frac{2}{x-3} = 0$  को स्पर्श करती है।

(ङ) यदि  $y = e a \cos^{-1} x - 1 \leq x \leq 1$  है तो सिद्ध कीजिए

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2 y = 0$$

(च) यदि  $x = a(\cos t + t \sin t)$  और  $y = a(\sin t - t \cos t)$  तो  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

प्रश्न:-7 निम्नलिखित में से किन्हीं एक खण्ड को हल कीजिए।

(क) प्रारंभिक रूपान्तरण के प्रयोग से निम्नलिखित आव्यूह को व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

[www.modelpaper.info](http://www.modelpaper.info) & [gyansindhuclasses.com](http://gyansindhuclasses.com)

(ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2z = 5$$

$$zx + y + z = 12$$

के आल्यूह विधि से ज्ञात कीजिए।

प्रश्न:-8 निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए।

(क)  $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। ✓

(ख) वक्र  $y = \cos(x + y) - 2\pi \leq x \leq 2\pi$

की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $x + 2y = 0$  के समान्तर है।

प्रश्न:-9 निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए।

(क) सारणिक  $\begin{vmatrix} 102 & 18 & 36 \\ 1 & 3 & 4 \\ 17 & 3 & 6 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए। ✓

(ख) वक्र  $y = \sqrt{4x - 3} - 1$  पर उन बिन्दु को ज्ञात कीजिए। जिन पर स्पर्श रेखा की प्रवणता  $\frac{2}{3}$  है।